第4講　ベクトルと平面図形

PART1 位置ベクトル

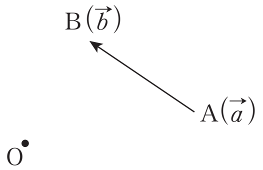
要点① 位置ベクトル

平面上の点の位置を，ベクトルで表す。

平面上で1点Oを固定すると，この平面上の点Pの位置はベクトル $\overrightarrow{OP}=\vec{p}$ で表すことができる。このとき，$\vec{p}$ を点Oに関する点Pの「　　　　　　」という。また，位置ベクトルが $\vec{p}$ である点を「　　　」と表す。

例　2点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ に対して

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=$



※平面上の位置ベクトルにおける点Oは，その平面上のどこに定めてもよい。

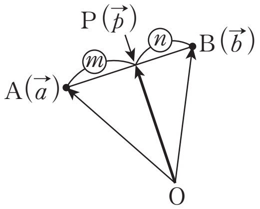
今後，特に断らない限り，点Oに関する位置ベクトルを考える。

要点② 分点の位置ベクトル

2点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ を結ぶ線分ABを $m:n$ に内分する点Pの位置ベクトル $\vec{p}$ を，$\vec{a}$，$\vec{b}$ で表す。

$AP:AB=m:(m+n)$　より　$\overrightarrow{AP}=\dfrac{m}{m+n}\overrightarrow{AB}$ であるから

$=\dfrac{m}{m+n}(\qquad)$

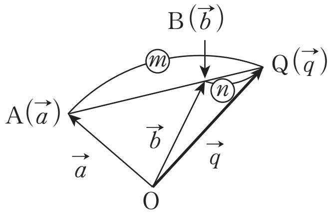


よって　$\vec{p}=\vec{a}+\dfrac{m}{m+n}(\vec{b}-\vec{a})=\dfrac{(m+n)\vec{a}+m(\vec{b}-\vec{a})}{m+n}=\dfrac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$

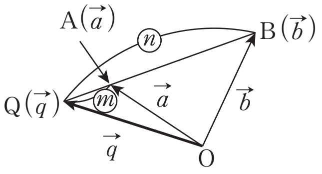
同様に，線分ABを $m:n$ に外分する点Qの位置ベクトルを $\vec{q}$ とすると

$$\vec{q}=\frac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}$$

となる。



$m>n$ のとき



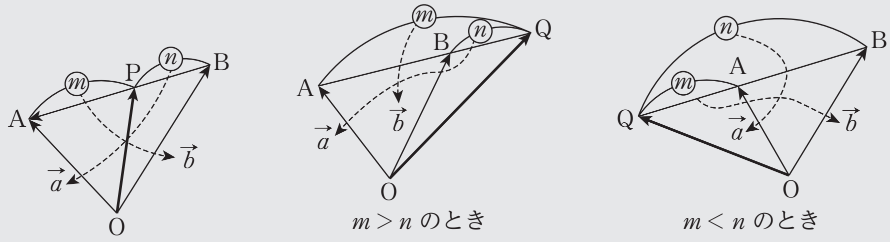
$m<n$ のとき

内分点・外分点の位置ベクトル

2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点 P の位置ベクトルを $\vec{p}$，

$m:n$ に外分する点 Q の位置ベクトルを $\vec{q}$ とすると

$$\vec{p}=\frac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n},\quad \vec{q}=\frac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}=\frac{n\vec{a}-m\vec{b}}{-m+n}$$



特に，線分 AB の中点 M の位置ベクトル $\vec{m}$ は　$\vec{m}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

例　2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ に対し，線分 AB を

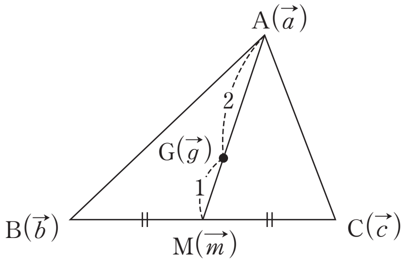
3：2 に内分する点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ は　$\vec{p}=\dfrac{\quad\vec{a}+\quad\vec{b}}{\quad+\quad}=$

3：2 に外分する点 Q の位置ベクトル $\vec{q}$ は　$\vec{q}=\dfrac{\quad\vec{a}+\quad\vec{b}}{\quad-\quad}=$

要点 ③　三角形の重心の位置ベクトル

3 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$，C$(\vec{c})$ を頂点とする △ABC の重心 G の位置ベクトル $\vec{g}$ を求める。

辺 BC の中点を M$(\vec{m})$ とすると　$\vec{m}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$



点 G は中線 AM を 2：1 に内分する点であるから

$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+2\vec{m}}{2+1}=\frac{\vec{a}+2\cdot\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{2}}{3}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

三角形の重心の位置ベクトル

3 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$，C$(\vec{c})$ を頂点とする △ABC の重心 G の位置ベクトル $\vec{g}$ は

$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

1 2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を，次の比に内分および外分する点の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1) 3：1 に内分する点の位置ベクトル $\vec{p}$，3：1 に外分する点の位置ベクトル $\vec{q}$

(2) 2：5 に内分する点の位置ベクトル $\vec{p}$，2：5 に外分する点の位置ベクトル $\vec{q}$

Point Pickup

内分点・外分点の位置ベクトル

2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を

$m:n$ に内分する点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ は $\vec{p}=\dfrac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$

$m:n$ に外分する点 Q の位置ベクトル $\vec{q}$ は $\vec{q}=\dfrac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}=\dfrac{n\vec{a}-m\vec{b}}{-m+n}$

第4講 PART1 確認問題

2点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を，次の比に内分および外分する点の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

1 4：3に内分する点Pの位置ベクトル $\vec{p}$，4：3に外分する点Qの位置ベクトル $\vec{q}$

$$\vec{p}=\frac{\boxed{ア}\vec{a}+\boxed{イ}\vec{b}}{\boxed{ウ}}$$

$$\vec{q}=\boxed{エオ}\vec{a}+\boxed{カ}\vec{b}$$

2 2：7に内分する点Pの位置ベクトル $\vec{p}$，2：7に外分する点Qの位置ベクトル $\vec{q}$

$$\vec{p}=\frac{\boxed{キ}\vec{a}+\boxed{ク}\vec{b}}{\boxed{ケ}}$$

$$\vec{q}=\frac{\boxed{コ}\vec{a}-\boxed{サ}\vec{b}}{\boxed{シ}}$$

第 4 講　ベクトルと平面図形

PART1　位置ベクトル

1　2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を，次の比に内分および外分する点の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1)　3：1 に内分する点の位置ベクトル $\vec{p}$，3：1 に外分する点の位置ベクトル $\vec{q}$

(2)　2：5 に内分する点の位置ベクトル $\vec{p}$，2：5 に外分する点の位置ベクトル $\vec{q}$

[解答]

(1)　$\vec{p}=\dfrac{\vec{a}+3\vec{b}}{3+1}=\dfrac{\vec{a}+3\vec{b}}{4}$，$\vec{q}=\dfrac{-\vec{a}+3\vec{b}}{3-1}=\dfrac{-\vec{a}+3\vec{b}}{2}$

(2)　$\vec{p}=\dfrac{5\vec{a}+2\vec{b}}{2+5}=\dfrac{5\vec{a}+2\vec{b}}{7}$，$\vec{q}=\dfrac{5\vec{a}-2\vec{b}}{-2+5}=\dfrac{5\vec{a}-2\vec{b}}{3}$

第 4 講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：3，イ：4，ウ：7，エオ：−3，カ：4

[解説]

線分ABを4:3に内分する点Pの位置ベクトル $\vec{p}$ は

[A]

$$\vec{p}=\frac{3\vec{a}+4\vec{b}}{4+3}=\boldsymbol{\frac{3\vec{a}+4\vec{b}}{7}}$$

線分ABを4:3に外分する点Qの位置ベクトル $\vec{q}$ は

$$\vec{q}=\frac{-3\vec{a}+4\vec{b}}{4-3}=\boldsymbol{-3\vec{a}+4\vec{b}}$$

[A] 2点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ を結ぶ線分ABを $m:n$ に内分する点Pの位置ベクトル $\vec{p}$ は

$$\vec{p}=\frac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$$

$m:n$ に外分する点Qの位置ベクトル $\vec{q}$ は

$$\vec{q}=\frac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}$$

2

[正解] キ：7，ク：2，ケ：9，コ：7，サ：2，シ：5

[解説]

線分ABを2:7に内分する点Pの位置ベクトル $\vec{p}$ は

[B]

$$\vec{p}=\frac{7\vec{a}+2\vec{b}}{2+7}=\boldsymbol{\frac{7\vec{a}+2\vec{b}}{9}}$$

線分ABを2:7に外分する点Qの位置ベクトル $\vec{q}$ は

$$\vec{q}=\frac{-7\vec{a}+2\vec{b}}{2-7}=\boldsymbol{\frac{7\vec{a}-2\vec{b}}{5}}$$

[B] 2点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ を結ぶ線分ABを $m:n$ に内分する点Pの位置ベクトル $\vec{p}$ は

$$\vec{p}=\frac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$$

$m:n$ に外分する点Qの位置ベクトル $\vec{q}$ は

$$\vec{q}=\frac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}$$